

基于受限信任关系和概率分解矩阵的推荐

印桂生,张亚楠,董宇欣,韩启龙

(哈尔滨工程大学计算机科学与技术学院,黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 现有的推荐算法很难对没有任何记录的冷启动用户或者历史记录稀疏的用户给出准确的推荐,即用户的冷启动问题.本文提出一种基于受限信任关系和概率分解矩阵的推荐方法,由不信任关系约束信任关系的传播,得到准确且覆盖全面的用户信任关系矩阵,并通过对用户信任关系矩阵和用户商品矩阵的概率分解联合用户信任关系和用户商品矩阵信息,为用户给出推荐.实验表明该方法对冷启动用户和历史记录稀疏的用户的推荐效果有较大幅度的提升,有效地解决了用户的冷启动问题.

关键词: 推荐算法;受限信任传播;概率分解矩阵;用户的冷启动问题

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)05-0904-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.05.011

A Constrained Trust Recommendation Using Probabilistic Matrix Factorization

YIN Gui-sheng, ZHANG Ya-nan, DONG Yu-xin, HAN Qi-long

(College of computer Science and Technology, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: Existing recommendation algorithms can not give accurate recommendations for users who have few historical records or even none, namely the user cold recommendation problem. In this paper, a constrained trust recommendation using probabilistic matrix factorization (CTRPMF) is proposed. The trust is propagated with the constraint of distrust to get accurate and comprehensive trust relationship matrix. User trust relationship matrix and user-item matrix are factorized using probabilistic matrix factorization to mix the information from trust relationship and user-item matrix, in order to give recommendations. The experimental results showed that CTRPMF could greatly improve the effectiveness of recommendations for cold start users and users with sparse historical data, and effectively solve the cold recommendation problem.

Key words: recommendation algorithm; constrained trust propagation; probabilistic matrix factorization; user cold start problem

1 引言

推荐算法能够帮助用户从规模庞大的商品中快速准确地找到喜欢的商品.现有的推荐算法主要基于两类技术:基于内容过滤(CBF)^[1]和基于协同过滤(CF).CBF主要依据信息过滤技术,根据商品内容信息和用户配置文件的相关性给出推荐.CF主要分为:基于记忆的方法^[2~6]和基于模型的方法^[7~9].基于记忆的方法由与用户相似的用户给出推荐或者为用户推荐与该用户已经选择商品相似的商品.基于模型的方法通过训练集为用户训练一个预定义的模型,将与该模型相似的商品推荐

给用户.BF需要用户配置大量信息,并且只能为用户给出其配置文件定义范围内的推荐.CF不需要用户配置信息,且给出的推荐较CBF的覆盖范围大.由于CF简单且有效,已经被广泛的应用于著名的推荐系统中,例如Amazon^[7].然而CF需要依据用户历史信息,如用户对商品的评价信息,并且使用皮尔逊协相关系数或者余弦相似度计算用户与用户或者用户与商品间的相似性,由此带来的主要缺陷是CF很难为没有任何记录的用户或者历史记录稀疏的用户发现相似用户,导致不能为其给出准确的推荐,称为用户的冷启动问题.

研究者们针对用户的冷启动问题做了大量研究,如

由多种相似度测量方法的线性组合为用户提供预测的方法,并应用神经网络得到相似度测量方法的最优权重^[2].定义用户推荐等级、领域相关度并通过皮尔逊相关系数计算用户评价相似度,将相似用户划分到一个用户组,将用户组的平均评价价值作为新加入用户的评价价值^[3].定义一种基于相似度支持度的用户评价最近邻量度,并提出合理规模的 k 近邻策略^[4].通过选择用户和商品的共同关键特征构造低维度的用户特征矩阵和商品特征矩阵,由用户特征矩阵和商品特征矩阵的内积给出推荐^[8].然而这些方法忽略用户间信任关系对推荐结果的约束,导致其对冷启动用户和历史记录稀疏用户的推荐效果不理想.由于存在信任关系的用户给出的推荐结果较无信任关系的用户给出的推荐结果更可靠,更准确.用户间的信任网络帮助用户得到准确的推荐^[10~12],迭代地在用户间传播信任,可以得到覆盖范围更广的信任关系^[13~15].然而缺乏限制的信任传播易使用户信任关系不合理地扩大^[16],导致对冷启动用户和历史记录稀疏用户的推荐准确度降低.

针对以上问题,本文提出一种基于受限信任关系和概率分解矩阵的推荐 CTRPMF (A constraint trust recommendation using probabilistic matrix factorization)方法,由不信任关系约束信任关系的传播,得到用户信任关系矩阵,通过对用户信任关系矩阵和用户商品矩阵的概率分解,联合用户信任关系和用户商品矩阵信息,为用户给出推荐,在 Epinions 的实验结果表明 CTRPMF 大幅提高对冷启动用户和历史记录稀疏用户的推荐效果,有效地解决了用户冷启动问题.

2 问题的定义

为了方便问题描述,本文的符号如表 1 所示.

解决用户的冷启动问题可通过估计冷启动用户或者历史记录稀疏的用户对未知商品的评价价值,并推荐 Top- N 评价价值对应的商品.由于这类用户的历史信息少,单一的由用户信任关系或者用户商品矩阵信息很难给出准确的推荐.为此,本文将联合用户信任关系与用户商品矩阵的信息.

用户信任关系矩阵通常比较稀疏,现有扩展用户信任关系的方法主要通过信任传播,然而由于缺少限制条件,导致给出的用户信任关系不合理,影响了推荐效果.为此,提出一种由不信任关系约束的信任传播方法.

通常,可以确定影响用户信任关系和用户对商品评价的主要因素.因此,可以由用户特征矩阵与信任特征矩阵的内积得到用户信任关系矩阵;由用户特征矩阵与商品特征矩阵的内积得到用户商品矩阵.由此可以通过相同的用户特征矩阵联合用户信任关系矩阵和

用户商品矩阵,这样对冷启动用户或者历史记录稀疏的用户给出推荐的过程可以转化成如下 3 步:(1)确定用户特征矩阵,商品特征矩阵和信任特征矩阵;(2)由用户特征矩阵和商品特征矩阵内积得到用户商品矩阵中的缺失评价价值;(3)排序第(2)步给出的评价价值.

表 1 符号表

符号	解释
$US = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$	用户集合
$VS = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$	商品集合
$R = [r_{ij}]_{m \times n}$	用户商品矩阵,描述 m 个用户对 n 个商品的评价,其中 $r_{ij} \in [0, 5]$ 表示用户 i 对第 j 个商品的评价值
$C = [c_{ij}]_{m \times m}$	用户信任关系矩阵,描述 m 个用户间的信任关系,其中 $c_{ij} \in (0, 1]$ 表示用户 i 对用户 j 的信任权重
$U \in \mathbf{R}^{l \times m}$	用户特征矩阵,由 l 维列向量描述用户区别于其他用户的主要特征
$Z \in \mathbf{R}^{l \times m}$	信任特征矩阵,由 l 维列向量描述影响用户信任其他用户的主要因素
$V \in \mathbf{R}^{l \times n}$	商品特征矩阵,由 l 维列向量描述商品区别于其他商品的主要特征
$T = [t_{ij}]_{m \times m}$	用户间的初始信任关系, $t_{ij} \in (0, 1]$ 表示用户 i 对用户 j 的初始信任权重
$D = [d_{ij}]_{m \times m}$	用户间的初始不信任关系, $d_{ij} \in (0, 1]$ 表示用户 i 对用户 j 的初始不信任权重

设用户 u_i 对 u_j 的信任权重 c_{ij} 且对商品 v_k 评价价值为 r_{ik} 的概率 $y_{u_i, u_j, v_k} = \eta(U_i^T Z_j, U_i^T V_k)$, 其中 U_i 为用户 u_i 的特征向量, Z_j 为信任 u_j 的特征向量, V_k 为商品 v_k 特征向量; $U_i^T Z_j, U_i^T V_k$ 用于分别计算 c_{ij} 和 r_{ik} ; $\eta(\cdot)$ 为联合用户信任关系矩阵和用户商品矩阵的函数.为用户 u_i 的推荐可描述为用户商品矩阵中的 Top- N 问题,其输入为用户信任关系矩阵 C 和用户商品矩阵 R ,输出为:

$$\text{Top}(u_i, N) := \underset{v_k \in VS, u_j \in US}{\text{argmax}} y_{u_i, u_j, v_k} \cdot N$$

3 CTRPMF 方法

CTRPMF 主要由以下两部分组成:

(1)基于不信任关系约束信任关系的传播,得到用户信任关系矩阵.

(2)联合用户信任关系矩阵 C 和用户商品矩阵 R 的概率分解,求解用户特征矩阵 U ,信任特征矩阵 Z 和商品特征矩阵 V .由 UV 估计 R 的缺失项,并推荐 Top- N 评价价值对应的商品.

3.1 基于不信任约束的信任传播

本节提出一种由不信任关系约束的信任传播方法.首先分别给出用户间的不信任关系,信任网络,信任传播的定义.

定义 1(用户间的不信任关系) 若两个用户对相同商品的评价差值大于门限值 δ 则称其存在不信任关系,其不信任程度权重由评价差值超过 δ 的商品占其所有评价过商品的比率决定.令矩阵 $\mathbf{D} = [d_{ij}]_{m \times m}$ 描述 m 个用户间的初始不信任关系,其中 $d_{ij} \in (0, 1]$ 表示用户 i 对用户 j 的不信任权重.

定义 2(信任网络) 以用户为节点,连接所有存在信任关系的用户节点构成的有向图 $G = (\mathbf{V}, \mathbf{E})$ 称为信任网络,其中 $\mathbf{V} = \{v_i\}_{i=1}^n$ 表示所有用户, \mathbf{E} 表示用户间的有向边集.

定义 3(信任传播) 任意用户的信任传播过程是在信任网络中以该用户为起点对其所有邻居节点做广度优先搜索并将搜索路径所经过节点的信任权重与其到起始节点路径上所有节点的信任权重相乘,将该内积加入信任关系矩阵中以起始节点为行号,该节点为列号的位置中.

扩展用户间信任关系的效果与搜索的深度有关,搜索深度越大,则对初始信任关系扩展的越大.令矩阵 $\mathbf{T} = [t_{ij}]_{m \times m}$ 描述 m 个用户间的初始信任关系,其中 $t_{ij} \in (0, 1]$ 表示用户 i 对用户 j 的信任权重.令 s 表示信任传播步长(广度优先搜索的深度), $\mathbf{T}^{(s)}$ 表示信任传播步长为 s 的信任关系, $\mathbf{T}^{(1)} = \mathbf{T}$.由定义 5 信任传播的过程是一个递归的过程,传播步长每增加 1,则新信任关系矩阵在原信任关系矩阵基础上增加部分信任关系 $\Delta \mathbf{T}$.令 $\Delta \mathbf{T}^{(s)}$ 表示信任传播步长为 s 的信任关系矩阵 $\mathbf{T}^{(s)}$ 较信任传播步长为 $s-1$ 的信任关系矩阵 $\mathbf{T}^{(s-1)}$ 的增量,存在 $\Delta \mathbf{T}^{(s)} = \mathbf{T}^{(s-1)} \times \mathbf{T}$,所以信任传播步长为 s 的信任关系矩阵 $\mathbf{T}^{(s)} = \mathbf{T}^{(s-1)} + \mathbf{T}^{(s-1)} \times \mathbf{T}$.信任传播扩展了用户间信任关系,然而不受约束的信任传播产生的信任关系会与用户不信任关系产生重叠,存在用户既要信任某用户又要不信任该用户,这说明不受约束的信任传播产生的信任关系不合理.

针对这个问题,提出基于不信任约束的信任传播.在信任传播的过程 $\mathbf{T}^{(s)} = \mathbf{T}^{(s-1)} + \mathbf{T}^{(s-1)} \times \mathbf{T}$ 中,将传播步长每增加 1 后得到的 $\mathbf{T}^{(s)}$ 与 \mathbf{D} 做比较,如果存在 $\mathbf{T}^{(s)}$ 的第 k 行 $\mathbf{T}_{k,\cdot}^{(s)}$ 与 \mathbf{D} 的第 k 行 $\mathbf{D}_{k,\cdot}$ 有交集则令 $\mathbf{T}_{k,\cdot}^{(s)} = \mathbf{T}_{k,\cdot}^{(s)} = 0$.为了增强不信任关系对信任关系的约束效果,对不信任关系做如下扩展,令 $\mathbf{D}^{(r)}$ 表示扩展 r 次的不信任关系, $\mathbf{D}^{(1)} = \mathbf{D}$, $\mathbf{D}^{(r)} = \mathbf{D}^{(r-1)} + \mathbf{D}^{(r-1)} \times \mathbf{T}$.将传播步长每增加 1 后得到的 $\mathbf{T}^{(s)}$ 与 $\mathbf{D}^{(r)}$ 做比较,如果存在 $\mathbf{T}^{(s)}$ 的第 k 行 $\mathbf{T}_{k,\cdot}^{(s)}$ 与 $\mathbf{D}^{(r)}$ 的第 k 行 $\mathbf{D}_{k,\cdot}^{(r)}$ 有交集则令

$\mathbf{T}^{(s)}$ 中 $\mathbf{T}_{k,\cdot}^{(s)} = \mathbf{T}_{k,\cdot}^{(s)} = 0$,新信任关系矩阵记为 $\mathbf{T}'^{(s)}$,继续信任传播 $\Delta \mathbf{T}'^{(s+1)} = \mathbf{T}'^{(s)} \times \mathbf{T}$,直至 $\Delta \mathbf{T}'^{(s+1)}$ 为零矩阵,基于不信任约束的信任关系矩阵 $\mathbf{T}^{(s+1)} = \mathbf{T}'^{(s)} + \mathbf{T}'^{(s)} \times \mathbf{T}$.基于不信任约束的信任传播过程如算法 1 所示,第(3)至(10)步剔除信任关系与不信任关系存在的交集,第(14)至(16)步传播信任关系,第(17)至(19)步扩展不信任关系.设用户个数为 m ,则算法 1 的时间复杂度为 $O(m^3)$.

算法 1 基于不信任约束的信任传播算法

输入:用户初始信任关系矩阵 \mathbf{T} ,不信任关系矩阵 \mathbf{D}

输出:用户信任关系矩阵 \mathbf{C}

- (1) $\mathbf{T}' = \mathbf{T}, \Delta \mathbf{T} = \mathbf{T} \times \mathbf{T}, \mathbf{D}' = \mathbf{D}$
- (2) While ($\Delta \mathbf{T}$ 为非零矩阵)
- (3) For $i = 1$ to m
- (4) For $j = 1$ to m
- (5) If ($\mathbf{T}'_{ij} > 0$ && $\mathbf{D}'_{ij} > 0$)
- (6) \mathbf{T}' 第 i 行元素置零
- (7) \mathbf{T}' 第 i 列元素置零
- (8) EndIf
- (9) EndFor
- (10) EndFor
- (11) $\mathbf{T}^- = \mathbf{T}'$
- (12) For $i = 1$ to m
- (13) For $j = 1$ to m
- (14) If ($\mathbf{T}'_{ij} > 0$)
- (15) $\mathbf{T}'_{ij} = \mathbf{T}$ 的第 i 行与 \mathbf{T}^- 的第 j 列内积
- (16) EndIf
- (17) If ($\mathbf{D}'_{ij} > 0$)
- (18) $\mathbf{D}'_{ij} = \mathbf{T}$ 的第 i 行与 \mathbf{D}' 的第 j 列内积
- (19) EndIf
- (20) EndFor
- (21) EndFor
- (22) $\Delta \mathbf{T} = \mathbf{T}'$, $\mathbf{T}' = \mathbf{T}^- + \mathbf{T}'$
- (23) EndWhile
- (24) $\mathbf{C} = \mathbf{T}'$
- (25) Return \mathbf{C}

3.2 联合用户信任关系矩阵和用户商品矩阵的推荐

为使对冷启动和历史记录稀疏用户的推荐同时满足用户信任关系和用户商品矩阵的信息,本节将联合用户信任关系矩阵和用户商品矩阵的分解.如图 1 所

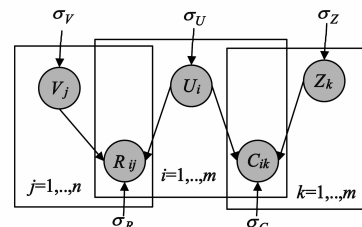


图1 用户信任关系矩阵和用户商品矩阵的联合分解

示,用户信任关系矩阵表示成用户特征矩阵和信任特征矩阵内积的形式;用户商品矩阵表示成用户特征矩阵和商品特征矩阵内积的形式.

下面分别给出用户信任关系矩阵和用户商品矩阵分解过程.

3.2.1 用户信任关系矩阵分解

本节将用户信任关系矩阵分解成低维度的用户特征矩阵和信任特征矩阵的内积.令 \mathbf{U} 为 $l \times m$ 维的用户特征矩阵, \mathbf{Z} 为 $l \times m$ 维的信任特征矩阵,其中 l 表示用户特征数, m 为用户个数.列向量 \mathbf{U}_i 和列向量 \mathbf{Z}_k 分别表示用户 i 的特征和第 k 组信任特性.为了得到用户信任关系矩阵的最小误差分解,即找到合适的 \mathbf{U} 和 \mathbf{Z} ,使 $\mathbf{U}^T \mathbf{Z}$ 满足与用户信任关系矩阵 \mathbf{C} 的误差最小.定义 $\mathbf{U}^T \mathbf{Z}$ 与 \mathbf{C} 的误差满足式(1),

$$p(\mathbf{C} | \mathbf{U}, \mathbf{Z}, \sigma_c^2) = \prod_{i=1}^m \prod_{k=1}^m N[(c_{ik} | g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{Z}_k), \sigma_c^2)]^{I_{ik}^c} \quad (1)$$

其中 $N(x | \mu, \sigma_c^2)$ 表示均值为 μ , 方差为 σ_c^2 的高斯分布的概率密度函数,当用户 u_i 信任用户 u_k , $I_{ik}^c = 1$, 否则 $I_{ik}^c = 0$. 令函数 $g(x) = 1/(1 + \exp(-x))$, 将 $\mathbf{U}_i^T \mathbf{Z}_k$ 的值映射在 $[0, 1]$ 之间. 用户特征和信任特征的先验概率符合高斯分布^[8], 分别如式(2)、(3)所示, 其中 σ_U^2, σ_Z^2 分别表示 \mathbf{U}, \mathbf{Z} 分布的方差, \mathbf{I} 表示单位矩阵:

$$p(\mathbf{U} | \sigma_U^2) = \prod_{i=1}^m N(\mathbf{U}_i | 0, \sigma_U^2 \mathbf{I}) \quad (2)$$

$$p(\mathbf{Z} | \sigma_Z^2) = \prod_{i=1}^m N(\mathbf{Z}_k | 0, \sigma_Z^2 \mathbf{I}) \quad (3)$$

在以用户为节点, 用户间信任关系为边的有向图中, 用户间的信任关系是非对称的, 因此 c_{ik} 的值应该与用户节点的出度和入度相关^[17], 重新定义式(1)中 c_{ik} 的值为 c_{ik}^* , 如果用户 u_i 信任很多其他用户, 则 c_{ik}^* 的值应该相应的降低; 如果用户 u_k 被很多用户信任, 则 c_{ik}^* 应该提升. 将式(1)改写如式(4)所示,

$$p(\mathbf{C} | \mathbf{U}, \mathbf{Z}, \sigma_c^2) = \prod_{i=1}^m \prod_{k=1}^m N[(c_{ik}^* | g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{Z}_k), \sigma_c^2)]^{I_{ik}^c},$$

$$c_{ik}^* = \frac{\alpha d^-(u_k)}{(1-\alpha)d^+(u_i) + \alpha d^-(u_k)} \times c_{ik} \quad (4)$$

其中 $d^+(u_i)$ 表示 u_i 信任的其他用户数量, $d^-(u_k)$ 表示 u_k 被其他用户信任的数量, $\alpha \in [0, 1]$ 表示 $d^-(u_k)$ 与 $d^+(u_i)$ 的权重比例系数. 由贝叶斯定理, 在已知用户信任关系矩阵部分值的条件下, 将信任关系矩阵分解成用户特征矩阵和信任特征矩阵的后验概率满足式(5), 当式(5)取最大值, 即得用户信任关系矩阵的最小误差分解.

$$p(\mathbf{U}, \mathbf{Z} | \mathbf{C}, \sigma_c^2, \sigma_U^2, \sigma_Z^2)$$

$$\begin{aligned} &\propto p(\mathbf{C} | \mathbf{U}, \mathbf{Z}, \sigma_c^2) p(\mathbf{U} | \sigma_U^2) p(\mathbf{Z} | \sigma_Z^2) \\ &= \prod_{i=1}^m \prod_{k=1}^m N[(c_{ik}^* | g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{Z}_k), \sigma_c^2)]^{I_{ik}^c} \\ &\times \prod_{i=1}^m N(\mathbf{U}_i | 0, \sigma_U^2 \mathbf{I}) \times \prod_{k=1}^m N(\mathbf{Z}_k | 0, \sigma_Z^2 \mathbf{I}) \end{aligned} \quad (5)$$

3.2.2 用户商品矩阵分解

本节将用户商品矩阵分解成低维度的用户特征矩阵和商品特征矩阵的内积.令 \mathbf{U} 为 $l \times m$ 维的用户特征矩阵, \mathbf{V} 为 $l \times n$ 维的商品特征矩阵, 其中 l 表示用户特征数, m 为用户个数, n 为商品个数. 列向量 \mathbf{U}_i 和 \mathbf{V}_j 分别表示用户 i 的特征和商品 j 的特征. 为了得到用户商品矩阵的最小误差分解, 即找到合适的 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} , 使 $\mathbf{U}^T \mathbf{V}$ 满足与 \mathbf{R} 的误差最小. 定义 $\mathbf{U}^T \mathbf{V}$ 与 \mathbf{R} 的误差满足式(6),

$$p(\mathbf{R} | \mathbf{U}, \mathbf{V}, \sigma_R^2) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^n N[(r_{ij} | g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{V}_j), \sigma_R^2)]^{I_{ij}^R} \quad (6)$$

其中 r_{ij} 表示用户对商品的评价, 如果用户 i 评价过商品 j 则 $I_{ij}^R = 1$, 否则取 $I_{ij}^R = 0$. 同样用户特征和商品特征的先验概率符合高斯布^[8], 其中 σ_V^2 表示 \mathbf{V} 分布的方差:

$$p(\mathbf{U} | \sigma_U^2) = \prod_{i=1}^m N(\mathbf{U}_i | 0, \sigma_U^2 \mathbf{I}) \quad (7)$$

$$p(\mathbf{V} | \sigma_V^2) = \prod_{j=1}^n N(\mathbf{V}_j | 0, \sigma_V^2 \mathbf{I}) \quad (8)$$

由贝叶斯定理, 在已知部分用户商品矩阵值的条件下, 将用户商品矩阵分解成用户特征矩阵和商品特征矩阵的后验概率满足式(9), 当式(9)取最大值, 即得到用户商品矩阵的最小误差分解.

$$\begin{aligned} &p(\mathbf{U}, \mathbf{V} | \mathbf{R}, \sigma_R^2, \sigma_U^2, \sigma_V^2) \\ &\propto p(\mathbf{R} | \mathbf{U}, \mathbf{V}, \sigma_R^2) p(\mathbf{U} | \sigma_U^2) p(\mathbf{V} | \sigma_V^2) \\ &= \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^n N[(r_{ij} | g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{V}_j), \sigma_R^2)]^{I_{ij}^R} \\ &\times \prod_{i=1}^m N(\mathbf{U}_i | 0, \sigma_U^2 \mathbf{I}) \times \prod_{j=1}^n N(\mathbf{V}_j | 0, \sigma_V^2 \mathbf{I}) \end{aligned} \quad (9)$$

3.2.3 信任关系矩阵和用户商品矩阵的联合概率分解

联合用户信任关系矩阵和用户商品矩阵的分解可得既满足用户信任关系又满足用户商品矩阵约束的用户特征矩阵, 进而由用户特征矩阵和商品特征矩阵的内积得到用户商品矩阵中的缺失评价项. 联合用户信任关系矩阵和用户商品矩阵分解的后验概率的对数值满足式(10).

$$\begin{aligned} &\ln p(\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{Z} | \mathbf{C}, \mathbf{R}, \sigma_c^2, \sigma_R^2, \sigma_U^2, \sigma_V^2, \sigma_Z^2) \\ &= -\frac{1}{2\sigma_c^2} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m I_{ik}^c (c_{ik}^* - g(\mathbf{U}_i^T - \mathbf{Z}_k))^2 \\ &\quad -\frac{1}{2\sigma_R^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_{ij}^R (r_{ij} - g(\mathbf{U}_i^T - \mathbf{V}_j))^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2\sigma_U^2} \sum_{i=1}^m \mathbf{U}_i^T \mathbf{U}_i - \frac{1}{2\sigma_Z^2} \sum_{k=1}^m \mathbf{Z}_k^T \mathbf{Z}_k - \frac{1}{2\sigma_V^2} \sum_{j=1}^n \mathbf{V}_j^T \mathbf{V}_j \\
& -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m I_{ik}^C \ln \sigma_C^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_{ij}^R \ln \sigma_R^2 \right) \\
& -\frac{1}{2} (m \ln \sigma_U^2 + m \ln \sigma_Z^2 + n \ln \sigma_V^2) + c \quad (10)
\end{aligned}$$

其中 c 是一个与参数无关的常量. 当式(10)取最大值, 可得用户信任关系和用户商品矩阵的最小误差分解对应的用户特征矩阵, 信任特征矩阵和商品特征矩阵. 将式(10)化简为式(11), 其最大值对应于式(11)的最小值,

$L(\mathbf{R}, \mathbf{C}, \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{Z})$

$$\begin{aligned}
& = \frac{\lambda_C}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m I_{ik}^C (C_{ik} - g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{Z}_k))^2 \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n I_{ij}^R (r_{ij} - g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{V}_j))^2 \\
& + \frac{\lambda_U}{2} \|\mathbf{U}\|_F^2 + \frac{\lambda_V}{2} \|\mathbf{V}\|_F^2 + \frac{\lambda_Z}{2} \|\mathbf{Z}\|_F^2 \quad (11)
\end{aligned}$$

其中 $\lambda_C = \sigma_R^2 / \sigma_C^2$, $\lambda_U = \sigma_R^2 / \sigma_U^2$, $\lambda_V = \sigma_R^2 / \sigma_V^2$, $\lambda_Z = \sigma_R^2 / \sigma_Z^2$, $\|\cdot\|_F^2$ 表示 Frobenius 范数, 式(11)的最小值可由梯度下降法求得, 分别以参数 \mathbf{U}_i , \mathbf{V}_j 和 \mathbf{Z}_k 求式(11)偏导数,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \mathbf{U}_i} & = \sum_{j=1}^n I_{ij}^R g'(\mathbf{U}_i^T \mathbf{V}_j) (g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{V}_j) - r_{ij}) \mathbf{V}_j \\
& + \lambda_C \sum_{k=1}^m I_{ik}^C g'(\mathbf{U}_i^T \mathbf{Z}_k) (g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{Z}_k) - c_{ik}^*) \mathbf{Z}_k + \lambda_U \mathbf{U}_i, \\
\frac{\partial L}{\partial \mathbf{V}_j} & = \sum_{i=1}^m I_{ij}^R g'(\mathbf{U}_i^T \mathbf{V}_j) (g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{V}_j) - r_{ij}) \mathbf{U}_i + \lambda_V \mathbf{V}_j, \\
\frac{\partial L}{\partial \mathbf{Z}_k} & = \lambda_C \sum_{i=1}^m I_{ik}^C g'(\mathbf{U}_i^T \mathbf{Z}_k) (g(\mathbf{U}_i^T \mathbf{Z}_k) - c_{ik}^*) \mathbf{U}_i + \lambda_Z \mathbf{Z}_k, \quad (12)
\end{aligned}$$

其中 $g'(x) = \exp(x) / (1 + \exp(x))^2$. 为了减少模型的复杂度, 取 $\lambda_U = \lambda_V = \lambda_Z$.

由式(12)得用户信任关系矩阵 \mathbf{C} 和用户商品矩阵 \mathbf{R} 的最小误差分解对应的用户特征矩阵 \mathbf{U} , 信任特征矩阵 \mathbf{Z} 和商品特征矩阵 \mathbf{V} , 则可由 \mathbf{UV} 估计 \mathbf{R} 的缺失评价项. 设用户 u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 的信任关系和其对商品 i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 的初始评价如图 2 所示, 其中评价最低为 1, 最高为 5. 则由 CTRPMF 预测出的 \mathbf{R} 结果如表 2 所示.

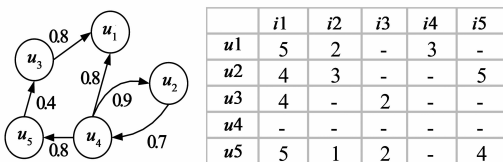


图2 用户信任关系, 用户商品矩阵的初始值

由于 \mathbf{R} 和 \mathbf{C} 都是稀疏矩阵, 设 \mathbf{R}, \mathbf{C} 中的非零元素

数目分别为 ρ_R, ρ_C , $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{U}}$ 的时间复杂度 $O(\rho_R l + \rho_C l)$, $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{V}}$ 和 $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{Z}}$ 的时间复杂度分别为 $O(\rho_R l)$ 和 $O(\rho_C l)$, 所以算法的时间复杂度为 $O(\rho_R l + \rho_C l)$.

表 2 由 CTRPMF 对用户商品矩阵 \mathbf{R} 的预测结果

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5
u_1	5.0	2.0	2.5	3.0	4.8
u_2	4.0	3.0	2.4	2.9	5.0
u_3	4.0	1.7	2.0	3.2	3.9
u_4	4.8	2.1	2.7	2.6	4.7
u_5	5.0	1.0	2.0	3.4	4.0

4 实验

实验主要验证如下问题: (1) 用户信任关系和用户商品矩阵的信息比例参数 λ_C 对推荐效果的影响, 及最优推荐效果对应的 λ_C ; (2) 比较 CTRPMF 与当前最优的推荐算法对冷启动用户的推荐效果.

实验数据集来自一个用户分享购物经验的网站 Epinions. 数据集包含两张表, 用户商品评价表和信任关系表, 用户商品评价表中包含 49290 个用户的 664824 个评价, 用户对商品的评价分为 5 个等级, 从 5 到 1 所代表的评价逐级降低. 信任关系表中包含 487181 个信任关系, 及其对应的信任权重. 用户间的不信任关系由用户商品评价表中对相同商品评价差值大于 3 的用户组成.

4.1 实验评价指标

RMSE (Root mean square error) 的定义如公式(13)所示, 其中 $r_{i,j}$ 表示由算法预测的用户 i 对商品 j 的评价值, $\hat{r}_{i,j}$ 表示用户 i 对商品 j 的实际评价值, M 表示预测用户评价值的总数. 由于 RMSE 只能反映算法对用户整体的推荐准确程度, 不能有效反应对每个用户的推荐准确程度. 提出 URMSE (user root mean square error) 来衡量算法对每个用户的推荐效果. URMSE 的定义如公式(14)所示. n_k 表示需要为第 k 个用户估计的评价数量. U 表示用户集合, $|U|$ 表示用户的数目. URMSE 值越小表示对用户评价值的预测越准确, 相应的算法的推荐效果越好.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (r_{i,j} - \hat{r}_{i,j})^2}{M - 1}} \quad (13)$$

$$\text{URMSE} = \frac{\sum_{u_k \in U} \sqrt{\sum_{i=1}^{n_k} (r_{i,j} - \hat{r}_{i,j})^2 / n_k}}{|U|} \quad (14)$$

4.2 参数 λ_C 对 CTRPMF 的影响

在 CTRPMF 中, λ_C 为来自用户信任关系和用户商品矩阵的信息比例. 如果 $\lambda_C = 0$, 则所有推荐信息来自

用户商品矩阵,如果 $\lambda_C = \infty$,则所有推荐信息来自用户信任关系矩阵.考虑到 $d^-(u_k)$ 对 c_{ik}^* 的影响较 $d^+(u_i)$ 的强,取 $\alpha = 0.8$.数据集中用户特征矩阵的维度 d 取 5,10,测试集分别占据整个数据集的 20%,50%,80%和 90%.使用 URMSE 衡量 λ_C 对 CTRPMF 的推荐效果影响.

当 $d = 5$ 时, λ_C 值对 CTRPMF 的推荐效果影响如图 3(a)所示,来自用户信任关系和用户商品矩阵的初始推荐比例 $\lambda_C = 0.1$,随着 λ_C 值增加,URMSE 值降低,表明加入用户信任关系后,推荐的准确度逐渐提高,当 $\lambda_C = 10$,继续增加 λ_C 值,URMSE 值升高,表明继续增加来自信任关系的权重将会降低推荐的准确度,这一现象表明单纯的来自用户商品矩阵的推荐或者单纯的来自用户信任关系的推荐结果较由用户信任关系和用户商品矩阵联合给出的推荐差.如图 3(a)所示测试集所占的比例越大,对应的推荐准确度越高.当 $d = 10$ 时, λ_C 值对 CTRPMF 的推荐效果影响如图 3(b)所示,与图 3(a)结果相似,来自信任关系和用户商品矩阵的初始推荐比例 $\lambda_C = 0.1$,随着 λ_C 值增加,URMSE 值降低,表明加入用户信任关系后,推荐的准确度逐渐提高,当 $\lambda_C = 10$,继续增加 λ_C 值,URMSE 值升高,推荐的准确度逐渐降低,由此得出来自用户信任关系和用户商品矩阵的信息比例最优值为 $\lambda_C = 10$.比较图 3(a),图 3(b)中不同比例的测试集对应的 URMSE 值,得出 d 取 10 时的推

荐效果优于 d 取 5.这是由于更大的 d 对应的用户特征分类越细,所以得到的推荐更准确.

4.3 对比实验结果

选取基于概率分解矩阵 PMF (Probabilistic Matrix Factorization)的推荐^[9],基于受限概率分解矩阵 CPMF (Constrained Probabilistic Matrix Factorization)的推荐^[8],和基于概率分解矩阵的社会推荐 SoRec^[7]做对比试验.

测试集分别占据整个数据集的 90%,80%,50%和 20%.取维度 $d = 10$, $\lambda_U = \lambda_V = \lambda_Z = 0.01$,把用户按照其历史记录(评价数量)划分为 10 组:分别为评价数“= 0”,“1-5”,“6-10”,“11-20”,“21-40”,“41-80”,“81-160”,“161-320”,“321-640”,“> 640”,通常历史记录稀疏的用户其评价数少于 20,取 PMF,CPMF,SoRec,CTRPMF 对上述 10 组用户推荐的平均 URMSE 值,比较结果如图 4(a~d)所示.如图 4(a)所示,测试集占 90%时,当用户评价数为零时,CTRPMF 的 URMSE 与 PMF,CPMF,SoRec 的 URMSE 差值达到最大,分别达到 36.78%,35.29%,34.13%,表明 CTRPMF 对冷启动用户的推荐效果更优.随着用户评价数量的增多,CTRPMF 的 URMSE 与 PMF,CPMF,SoRec 的 URMSE 差值逐渐减小,当用户的评价数少于 20,CTRPMF 的 URMSE 较 PMF,CPMF,SoRec 的 URMSE 分别小 13.37%,13.2%,13.04%.表明 CTRPMF 对评价数据稀疏的用户的推荐效果优于 PMF,CPMF,SoRec,能更有效的解决用户的冷启动问题.当用户的评价数在 21~40 之间,CTRPMF 的 URMSE 较 PMF,CPMF,SoRec 的 URMSE 分别小 9.9%,9%,8.08%.当用户评价数超过 40 时,CTRPMF 的 URMSE 与 PMF,CPMF,SoRec 的 URMSE 差距逐渐稳定在 8%以内.测试集占 80%,50%,20%时的实验结果分别如图 4

表 3 $d = 10$, PMF, CPMF, SoRec, CTRPMF 的 URMSE 值

Training Data		PMF	CPMF	SoRec	CTRPMF
90%	Ave	1.156	1.143	1.132	0.937
	Max	1.740	1.700	1.670	1.100
	min	0.942	0.942	0.940	0.877
80%	Ave	1.215	1.192	1.168	0.988
	Max	1.800	1.750	1.710	1.105
	min	1.002	0.992	0.980	0.927
50%	Ave	1.237	1.214	1.192	1.017
	Max	1.820	1.770	1.730	1.180
	min	1.022	1.012	1.000	0.957
20%	Ave	1.256	1.210	1.177	1.036
	Max	1.840	1.767	1.715	1.200
	min	1.042	1.009	0.985	0.977

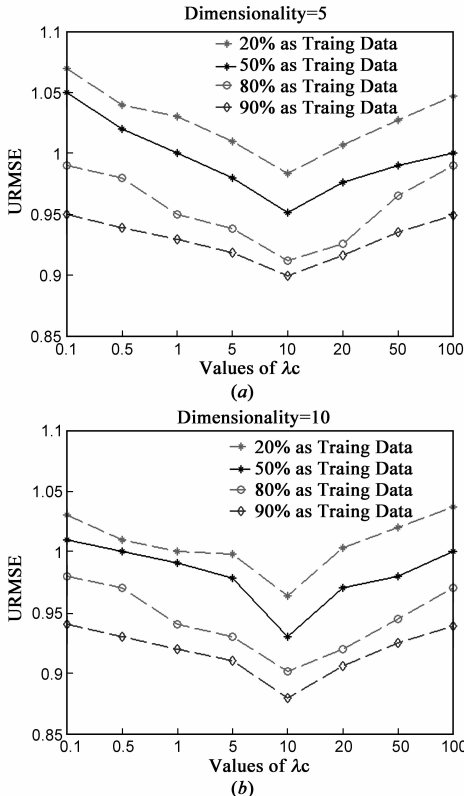


图 3 λ_C 对 CTRPMF 推荐效果的影响(维度 $d=5,10$)

(b), (c), (d)所示, 同样存在当用户的评价数少于 20, CTRPMF 的 URMSE 值远小于 PMF, CPMF, SoRec 的 URMSE, 表明 CTRPMF 对冷启动用户和评价数据稀疏的

用户的推荐效果优于 PMF, CPMF, SoRec, 能更有效的解决用户的冷启动问题.

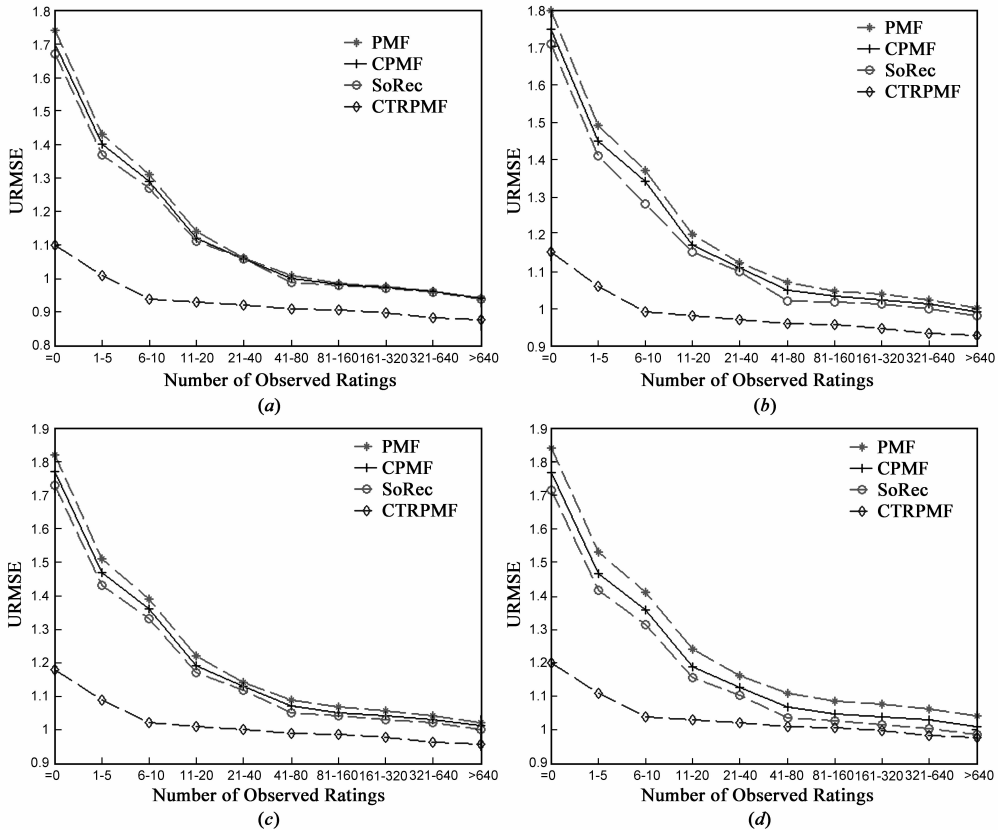


图4 测试集分别占90%, 80%, 50%, 20%时PMF, CPMF, SoRec, CTRPMF对不同评价数量用户的推荐效果($d=10$)

如表 3 所示, CTRPMF 的平均 URMSE 比 PMF, CPMF, SoRec 的平均 URMSE 分别降低 18.21%, 16.41%, 14.80%, 最多分别降低 36.32%, 34.38%, 32.82%, 最少分别降低 6.74%, 5.49%, 4.28%, 说明 CTRPMF 的推荐效果好于 PMF, CPMF, SoRec.

5 结论

本文提出一种通过联合用户信任关系矩阵和用户商品矩阵的信息给出推荐的方法 CTRPMF, 由不信任关系限制用户信任关系的传播, 得到既准确又覆盖全面的用户信任关系. 通过对用户信任关系矩阵和用户商品矩阵的最小误差分解, 为冷启动用户和历史记录稀疏的用户给出准确的推荐. 实验结果表明 CTRPMF 对冷启动用户和历史记录稀疏的用户的推荐效果较其他推荐方法有大幅度的提升, 有效地解决用户的冷启动问题.

参考文献

[1] Balabanovi M, Shoham Y. Fab: content - based, collaborative

recommendation[J]. Communications of the ACM, 1997, 40 (3):66 - 72.

[2] Bobadilla J, Ortega F, Hernando A, et al. A collaborative filtering approach to mitigate the new user cold start problem [J]. Knowledge - Based Systems, 2012, 26:225 - 238.

[3] 朱锐, 王怀民, 冯大为. 基于偏好推荐的可信服务选择 [J]. 软件学报, 2011, 22(5):852 - 864.

Zhu Rui, Wang Huaimin, Feng Dawei. Trustworthy services selection based on preference recommendation [J]. Journal of Software, 2011, 22(5):852 - 864. (in Chinese)

[4] 罗辛, 欧阳元新, 熊璋, 袁满. 通过相似度支持度优化基于 K 近邻的协同过滤算法 [J]. 计算机学报, 2010, 33(8):1437 - 1445.

Luo Xin, Ou-Yang Yuanxin, Xiong Zhang, Yuan Man. The effect of similarity support in K-nearest-neighborhood based collaborative filtering algorithm [J]. Chinese Journal of Computers, 2010, 33(8):1437 - 1445. (in Chinese)

[5] Ma H, King I, Lyu M R. Effective missing data prediction for collaborative filtering [A]. Wessel K. Proceedings of the 30th annual international ACM SIGIR conference on Research and

- development in information retrieval [C]. New York: ACM, 2007. 39 – 46.
- [6] Wang J, De Vries A P, Reinders M J T. Unifying user – based and item-based collaborative filtering approaches by similarity fusion [A]. Eftimis N E. Proceedings of the 29th Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval [C]. New York: ACM, 2006. 501 – 508.
- [7] Ma H, Yang H, Lyu M R, et al. Sorec; social recommendation using probabilistic matrix factorization [A]. James G S. Proceedings of the 17th ACM Conference on Information and Knowledge Management [C]. New York: ACM, 2008. 931 – 940.
- [8] Salakhutdinov R, Mnih A. Probabilistic matrix factorization [J]. Advances in Neural Information Processing systems, 2008, 20: 1257 – 1264.
- [9] Jamali M, Ester M. A matrix factorization technique with trust propagation for recommendation in social networks [A]. Xavier A. Proceedings of the Fourth ACM Conference on Recommender Systems [C]. New York: ACM, 2010. 135 – 142.
- [10] Massa P, Avesani P. Trust Metrics in Recommender Systems [M]. London: Springer, 2009; 259 – 285.
- [11] Ma H, King I, Lyu M R. Learning to recommend with social trust ensemble [A]. James A. Proceedings of the 32nd International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval [C]. New York: ACM, 2009. 203 – 210.
- [12] 陈超, 王汝传, 张琳. 一种基于开放式网络环境的模糊主观信任模型研究 [J]. 电子学报, 2010, 38(11): 2505 – 2509.
Chen Chao, Wang Ruchuan, Zhang Lin. The research of subjective trust model based on fuzzy theory in open networks [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(11): 2505 – 2509. (in Chinese)
- [13] Kim Y, Song H S. Strategies for predicting local trust based on trust propagation in social networks [J]. Knowledge-Based Systems, 2011, 24(8): 1360 – 1371.
- [14] Yuan W, Guan D, Lee Y K, et al. Improved trust-aware recommender system using small-worldness of trust networks [J]. Knowledge-Based Systems, 2010, 23(3): 232 – 238.
- [15] Hang C W, Wang Y, Singh M P. Operators for propagating trust and their evaluation in social networks [A]. Carles S. Proceedings of The 8th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems [C]. Richland: International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2009. 1025 – 1032.
- [16] Guha R, Kumar R, Raghavan P, et al. Propagation of trust and distrust [A]. Proceedings of the 13th International Conference on World Wide Web [C]. New York: ACM, 2004. 403 – 412.
- [17] Zhou D, Scölkopf B, Hofmann T. Semi – supervised learning on directed graphs [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2005. 1(1): 1027.

作者简介



印桂生 男, 1964 年生于江苏省泰兴市. 哈尔滨工程大学计算机科学与技术学院, 教授、博士生导师. 研究方向为数据库与知识发现, 虚拟现实, 网购软件.



张亚楠(通信作者) 男, 1981 年生于黑龙江省哈尔滨市. 哈尔滨工程大学计算机科学与技术学院, 博士生. 研究方向为数据挖掘、推荐系统.

E-mail: ynzhang_1981@163.com